සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1990 (විශේෂ-1991)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1990 (Special-1991)

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I (02) Applied Mathematics I	**02** **S | I**

පැ තුනයි/*Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. **(අ)** λ අදිශයක් සහ $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ දෛශික දෙකක් දී තිබෙයි.
මෙවායේ අර්ථ දක්වන්න.

(i) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ (ii) $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ (iii) $\lambda\,\mathbf{a}$

(ආ) BC, CA, AB පාද මත පිළිවෙලින් P, Q, R ලක්ෂ්‍ය ගෙන ඇත්තේ $\dfrac{BP}{BC} = \dfrac{CQ}{CA} = \dfrac{AR}{AB} = \lambda$ වන පරිදි ය. මෙහි λ යනු අදිශ නියතයකි.

$$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CR} = \mathbf{0}$$ බව පෙන්වන්න.

(ඇ) $OABCDE$ යනු සවිධි ෂඩස්‍රයකි. O අනුබද්ධයෙන් A වලත් B වලත් පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. O අනුබද්ධයෙන් C, D, E ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

2. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යනු සමාන්තර නොවන්නා වූත් ශුන්‍ය නොවන්නා වූත් දෛශික දෙකකි. $\alpha\,\mathbf{a} + \beta\,\mathbf{b} = \mathbf{0}$ යන්නෙන් පවත්නෙන $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයකි. $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ ද වෙයි. AOB කෝණයේ අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදකයට OAB කෝණයේ බාහිර සමච්ඡේදකය P හි දී හමුවෙයි.

$$a = |\mathbf{a}|,\ b = |\mathbf{b}| \text{ හා } c = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$$

ලෙස දී තිබෙයි.

$$\overrightarrow{OP} = \lambda\left(\frac{\mathbf{a}}{a} + \frac{\mathbf{b}}{b}\right) = \mathbf{a} + \mu\left(\frac{\mathbf{a}}{a} + \frac{\mathbf{b} - \mathbf{a}}{c}\right)$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි λ හා μ අදිශ වේ. λ, μ නිර්ණය කොට ඒ නයින් OBA කෝණය BP මගින් බාහිර ව සමච්ඡේදනය කෙරෙන බව පෙන්වන්න.

3. (අ) දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය යන්නෙහි අර්ථ දක්වන්න. මෙම ගුණිතය ශුන්‍යයට සමාන විය හැක්කේ කුමන අවස්ථාවේ ද?

(ආ) ABC ත්‍රිකෝණයෙක A, B ශීර්ෂවල සිට සම්මුඛ පාදවලට අඳින ලද ලම්බ O හි දී එකිනෙකට හමුවෙයි. CO රේඛාව AB ට ලම්බ බව දෛශික භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

(ඇ) $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, යනුවෙන් දක්වෙන අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ලම්බ දෛශික පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ මගින් නිරූපණය කෙරෙයි.

$\overrightarrow{OD} = \lambda(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$ යන්නෙන් දක්වෙන දෛශිකය ABC තලයට ලම්බ බව පෙන්වන්න. D ලක්ෂ්‍යය ABC තලය මත පිහිටන්නේ λ වල කිනම් අගයකට ද?

4. (X_r, Y_r) බල පද්ධතියක් (x_r, y_r) ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියා කරයි. මෙහි $r = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots, n$.
$P(x, y)$ ලක්ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණය M,

$$M = G - Yx + Xy$$ යනුවෙන් දක්වෙන

බව පෙන්වන්න.

මෙහි $X = \sum_{r=1}^{n} X_r$, $Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r$ හා $G = \sum_{r=1}^{n} (x_r Y_r - y_r X_r)$ වෙයි.

$A(a, 0)$ හා $B(0, -a)$ ලක්ෂ්‍ය වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණය පිළිවෙලින් λG හා $-\lambda G$ වෙයි. මෙහි $G \neq 0$.
මෙම පද්ධතිය සඳහා X හා Y එකවිට අතුරුදහන් විය නොහැකි බවත්, පද්ධතිය,

$(1 - \lambda) x - (1 + \lambda) y - a = 0$ රේඛාව ඔස්සේ තනි බලයකට උනනය වන බවත් පෙන්වන්න.
මෙම රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව අපෝහනය කොට එම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

5. $2l$ දිගැති AOQ තන්තුවක් මගින් O සුමට නාදත්තකින් $2a$ දිගැති W බර ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එල්ලා ඇත. තන්තුවේ එක් කෙළවරක් දණ්ඩෙහි A ට ගැටගසා අනෙක් කෙළවර Q නම් කුඩා ලුහු සුමට මුද්දකට ඇඳා තිබෙන අතර මුද්ද දණ්ඩ දිගේ සර්පණය වෙයි. දණ්ඩ තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව තිබෙයි. Q මුද්දෙන් AB දණ්ඩෙත් සමතුලිතතාව සැලකීමෙන් පහත දක්වෙන ප්‍රතිඵල අපෝහනය කරන්න.

(i) තන්තුවේ කෙලින් පිහිටි එක් එක් කොටස සිරසට θ කෝණයෙකින් ආනත බව

(ii) තන්තුවේ ආතතිය $\frac{1}{2} W \sec\theta$ බව.

(iii) θ කෝණය $a \cos^3\theta = l \sin\theta$ යනුවෙන් දක්විය හැකි බව.

6. එක එකෙහි බර W වන AB, BC, CD, DE, EA නම් එක සමාන ඒකාකාර දඬු පහකින් $ABCDE$ රාමු සැකිල්ලක් සෑදෙන පරිදි දඬුවල A, B, C, D, E කෙළවරයන්හි දී සුවල ලෙස අසව් කර තිබෙයි. AB දණ්ඩ තිරස් තලයක් මත තබා රාමුසැකිල්ල සිරස් තලයක පිහිටුවා තිබෙයි. BC හා AE දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය තන්තුවක් මගින් ඈඳා රාමුසැකිල්ලේ සවිධි පංචාස්‍ර හැඩය පවත්වා ගැනේ.

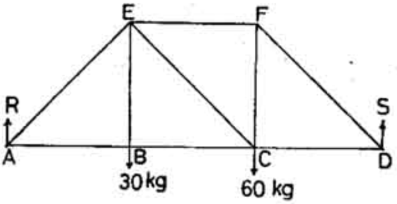
(i) D හි දී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{1}{2} W \cot\frac{\pi}{5}$ බවත්

(ii) තන්තුවේ ආතතිය

$$W \left[\cot\frac{\pi}{5} + 3 \cot\frac{2\pi}{5} \right]$$ බවත්

ඔප්පු කරන්න.

7.



රූපයෙන් දක්වෙන්නේ A, B, C, D, E, F වල දී සුවල ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬු නවයකින් සෑදි රාමු සැකිල්ලකි. $ABCD$ තිරස් වන අතර $AB = BC = CD = BE = CF$ හා $A\hat{B}E = D\hat{C}F = 90°$ වේ. Bහි දීත් Cහි දීත් පිළිවෙලින් 30 kg හා 60 kg වන සිරස් භාර දෙකක් රාමු සැකිල්ල උසුලයි. A හා D ආධාරකවල දී ඇති R හා S සිරස් බල මගින් එය පිහිටුවා ඇත. R හා S සොයන්න.

ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. එනයින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග නිර්ණය කරන්න.

8. a අරයෙන් යුතු ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් බිමක් හා රළු සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ කරමින් නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍යයන් දෙකෙහිදී ම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. අර්ධ ගෝලය ලිස්සා යාමට ආසන්නම අවස්ථාවේ තිබෙයි නම්, බිමෙහි මුළු ප්‍රතික්‍රියාවත්, බිත්තියෙහි මුළු ප්‍රතික්‍රියාවත් බිත්තියේ සිට

$$\frac{a(1-\mu)}{1+\mu^2}$$

දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යක දී ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

තල ආධාරකය තිරසට α කෝණයෙකින් ආනතව පිහිටන්නේ

$$\sin\alpha = \left\{ \frac{8}{3} \frac{\mu(1+\mu)}{1+\mu^2} \right\}$$

වන පරිදි බව අපෝහනය කරන්න.

9. (i) a අරයෙන් යුතු ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයකත්

(ii) ආධාරකයේ අරය a ද අඩ සිරස් කෝණය α ද වන ඒකාකාර ඝන කේතුවකත් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

එක ම ද්‍රව්‍යකින් සෑදී ඇතැයි උපකල්පනය කෙරෙන ඝන වස්තු දෙකේ තල ආධාරක සමමිතිකව පාස්සා සංයුත ඝනයක් සෑදෙන පරිදි සකස් කොට ඇත. දැන් මෙම සංයුත ඝනය අචල තිරස් තලයක් මත තබනු ලැබේ. අර්ධ ගෝලයෙහි වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් තලය සමග ස්පර්ශ වෙමින් එයට සමතුලිතව පිහිටිය හැකි නම් $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

10. පාදයක දිග a වන $ABCD$ සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයක් ඝනත්වය ρ වන සමජාතීය ද්‍රවයක ගිල්වා ඇත්තේ එහි තලය සිරස්ව ද AB දරය නිදහස් පෘෂ්ඨයෙහි ද පිහිටන අන්දමට ය. ද්‍රව තෙරපුම හා පීඩන කේන්ද්‍රය සොයන්න.

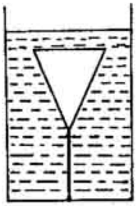
පාදයක දිග x වූත් එක් පාදයක් AB දිගේ පිහිටන්නා වූත් සමචතුරස්‍රාකාර කොටසක් ආස්තරයෙන් ඉවත් කළ විට ආස්තරයේ ඉතිරි කොටසේ පීඩන කේන්ද්‍රයෙහි ගැඹුර සොයන්න.

x හි අගය කුමක් වුවත් මෙම ගැඹුර $\frac{8a}{9}$ නොඉක්මවන බව පෙන්වන්න.

11. ඝන අර්ධ ගෝලයක් සම්පූර්ණයෙන් ම ජලයේ ගිල්වා එහි තල ආධාරකය තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනතව ද ගැට්ටේ එක් ලක්ෂ්‍යක් ජල පෘෂ්ඨයෙහි තිබෙන පරිදි ද පිහිටුවනු ලැබේ. අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම තිරස සමග $\tan^{-1}(7/3)$ ක කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

දැන් වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම තිරස සමග $\tan^{-1}(5/3)$ ක කෝණයක් සාදන තෙක් අර්ධ ගෝලය භ්‍රමණය නොවන පරිදි h දුරක් ඔස්සේ පහත් කරනු ලැබේ. h ද අර්ධගෝලයේ අරය ද අතර අනුපාතය සොයන්න.

12.



උස h ද අඩ සිරස් කෝණය α ද වන සෘජු වෘත්තාකාර ඒකාකාර ඝන කේතුවක් සම්පූර්ණයෙන් ම ද්‍රවයක ගිල්වා ඇති අන්දම රූපයෙන් දක්වෙයි. ලුහු සිරස් තන්තුවක් මගින් කේතුවේ ශීර්ෂය භාජනයේ අඩියට ගැටගසා ඇත. කේතුවේත් ද්‍රවයේත් ඝනත්ව පිළිවෙලින් σ හා ρ වෙයි. මෙහි $\sigma < \rho$. තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

තන්තුව කැඩී ගියේ නම් අලුත් සමතුලිත පිහිටීමේ දී ද්‍රවයෙන් පිටත පිහිටන කේතු ඡින්නකයේ උස

$$h\left\{ 1 - \left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{\frac{1}{3}} \right\}$$ බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1990 (විශේෂ — 1991)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1990 (Special — 1991)

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය II
(02) Applied Mathematics II

02	
S	II

පැය තුනයි/*Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (i) අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

$$\frac{dy}{dx} = x^{-1} \sin y$$

(ii) $x - y = v$ ආදේශය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන අවකල සමීකරණය විසඳන්න. මෙහි v යනු x හි ශ්‍රිතයකි.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - y + 2}{x - y + 1}$$

(iii) $y = vx$ ආදේශය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන අවකල සමීකරණය විසඳන්න. මෙහි v යනු x හි ශ්‍රිතයකි.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

විසඳුමෙන් නිරූපණය කෙරෙන්නේ වෘත්ත කුලකයක් බව පෙන්වන්න. මෙම වක්‍රවල දළ සටහනක් අඳින්න.

2. ගොඩනැගිල්ලක ඇති සෝපානයක් එහි පළමු මහලේ සිට මීටර h උසෙකින් පිහිටි ඉහළ ම මාලයට නැගෙයි. මේ සඳහා මිඩංගු වන මුළු කාලය තත්පර T වෙයි. සෝපානය පළමු තත්පර $\frac{T}{3}$ තුළ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ද ඊළඟ තත්පර $\frac{T}{3}$ තුළ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ද ගොස් අවසානයේ ඒකාකාර මන්දනයෙන් ගමන් කරයි. සෝපානයේ ප්‍රවේග – කාල වක්‍රයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ත්වරණය = මන්දනය = $\frac{9h}{2T^2}$ තත්ට. තත්ව මීටර් බව පෙන්වන්න.

ස්කන්ධය m වූ කාසියක් සෝපානයේ බිම මත තිබෙයි. සෝපානයේ චලිතයෙහි එක් එක් අවධියේ දී සෝපානයේ බිමත් කාසියත් අතර ඇති වන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

$$h > \frac{2T^2 g}{9}$$ නම් කුමක් සිදුවේ ද?

3. m ස්කන්ධය සහිත ගලක් O නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස උඩු අතට ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. ගලෙහි චලිතයට වාතයේ ප්‍රතිරෝධය mkv බලයකට සමාන ය. මෙහි v යනු ගලේ ප්‍රවේගය වන අතර k යනු නියතයකි. O ට ඉහළින් ගලේ උපරිම උස h,

$$h = \frac{1}{k}\left[u - \frac{g}{k}\,\text{ලඝු}_e\left(1 + \frac{ku}{g}\right)\right]$$

යනුවෙන් දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. ගල නැවත O වෙත ළඟා වන්නා වූ V වේගය

$$V + u = a\,\text{ලඝු}_e\left(\frac{a + u}{a - V}\right)$$

සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න. මෙහි $a = \frac{g}{k}$ වෙයි.

4. M ස්කන්ධය හා α කෝණය සහිත කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. තිරසට α කෝණයකින් ආනත තලය දිගේ උඩු අතට m ස්කන්ධය සහිත අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. එය

$$\frac{2u(M + m \sin^2 \alpha)}{(M + m) g \sin \alpha}$$

කාලයට පසු තලය මත මුල් ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යට නැවත පැමිණෙන බව පෙන්වන්න. මෙම කාලය තුළ කුඤ්ඤය ගමන් කළ දුර සොයන්න. මේසයට සාපේක්ෂ ව අංශුවේ ගමන් මාර්ගය කුමක් ද?

5. ගති විද්‍යාවේ භාවිත කෙරෙන අන්දමට බලය, කාර්යය හා ජවය යන ඒකකවලට අදළ නිර්වචනය, ජූලය හා වොටය යන පදවල අර්ථ දක්වන්න.

පොම්පයක් මගින් විශාල වැවකින් ජලය පොම්ප කර වැව් මට්ටමෙන් මීටර 100 ක උසෙකින් පිහිටි ස්ථානයකට තත්පරයට මීටර 10 ක වේගයෙන් ජලය ලබා දෙයි. පොම්පයේ හරස්කඩය 2 cm අරයකින් යුත් වෘත්තයකි.

(අ) තත්පරයකට ලබා දෙන ජල ප්‍රමාණයේ ස්කන්ධය,

(ආ) එම ජල ස්කන්ධයේ චාලක ශක්තිය,

(ඇ) එම ජල ස්කන්ධයේ වැඩි වූ විභව ශක්ති ප්‍රමාණය,

සොයන්න.

පොම්පයේ කාර්යක්ෂමතාව 80% ක් වෙයි නම්, පොම්පය කිලෝවොට් 16.5 ක ශීඝ්‍රතාවයකින් යුතු ව කාර්යය කරන බව පෙන්වන්න.

($\pi = \frac{22}{7}$, $g = 10 \text{ ms}^{-2}$, ජලය ඝන මීටරයක් 1 000 kg ලෙස සැළකිය හැකි යි.)

6. පිළිවෙලින් S_1, S_2 නම් නැව් දෙකක පිහිටුම් දෛශික $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$, Oxy අක්ෂ තලයකට සාපේක්ෂ ව

$$\mathbf{r}_1 = (1 + 4t)\mathbf{i} + 7t\mathbf{j}$$
$$\mathbf{r}_2 = 6t\mathbf{i} + (1 + 8t)\mathbf{j}$$

යනුවෙන් දක්වෙයි. මෙහි t යනු පැයවලින් වූ කාලය වන අතර දුර මනින්නේ මුහුදු සැතපුම්වලිනි. මේවා සොයන්න.

(අ) S_1 ට සාපේක්ෂව S_2 හි පිහිටුම් දෛශිකය,

(ආ) S_1 ට සාපේක්ෂව S_2 හි ප්‍රවේගය,

S_1 හා S_2 අතර කෙටිම දුර මුහුදු සැතැපුම් $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ බව පෙන්වන්න.

7. u ප්‍රවේගයක් සහිත ව චලනය වන A නම් ගෝලයක් නිශ්චලතාවේ තිබෙන B නම් සමාන ගෝලයක ගැටෙයි. A හා B ගෝලවල කේන්ද්‍ර යා කෙරෙන රේඛාව u හි දිශාවට ϕ කෝණයකින් ආනත වෙයි. ගැටුමෙන් පසු A ගෝලයේ චලිතයෙහි දිශාව u හි දිශාව සමග θ කෝණයක් සාදයි.

$$(1 - e) \cot \phi = 2 \cot (\theta + \phi) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

මෙහි e යනු ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වෙයි.

ගෝල කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථ නම් $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$ බව අපෝහනය කොට චාලක ශක්ති හානිය සොයන්න. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

8. m ස්කන්ධයෙන් යුතු P අංශුවක් $m\omega^2 x$ බලයක් මගින් O ලක්ෂ්‍යයක් වෙතට ආකර්ෂණය වෙයි. මෙහි $OP = x$ ද ω යනු නියතයක් ද වෙයි. කාලය $t = 0$ හිදී O සිට a දුරෙකින් පිහිටි A නම් ලක්ෂ්‍යයක දී අංශුව නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ.

$x = a \cos \omega t$ බවත්,

P හි ප්‍රවේගය වන v දක්වෙන්නේ, $v^2 = \omega^2 (a^2 - x^2)$ යනුවෙන් බවත් පෙන්වන්න.

O ලක්ෂ්‍යයෙහි නිශ්චලතාවේ ඇති $2m$ ස්කන්ධය සහිත අංශුවක් සමග P අංශුව ගැටෙයි. අංශු දෙක හාවී $3m$ ස්කන්ධයැති සංයුත වස්තුව $3m\omega^2 x$ බලයට භාජනය වෙයි. අලුත් චලිතයෙහි විස්තාරය හා එහි කාලාවර්තය සොයන්න.

9. සිරසට θ කෝණයෙකින් u ප්‍රවේගයක් සහිත ව O ලක්ෂ්‍යයක දී අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. අංශුවේ පෙතෙහි වන P ලක්ෂ්‍යක් පිහිටන්නේ OP රේඛාව තිරසට α කෝණයෙකින් ආනත වන අන්දමට ය.

$$OP = \frac{2u^2}{g} \frac{\sin \theta \cos (\alpha + \theta)}{\cos^2 \alpha} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

α අචල ව පිහිටයි නම් OP වැඩිතම වන්නේ

$\theta = \frac{1}{2} (\frac{\pi}{2} - \alpha)$ විට බව පෙන්වා

α වල වෙනස් වෙනස් අගයන් සඳහා P හි පථය සොයන්න.

10. m ස්කන්ධයැති P අංශුවක් කේන්ද්‍රයේ දිශාවට එල්ල වූ $m\omega^2\overrightarrow{PO}$ බලයකට භාජනය වෙයි. පහත දැක්වෙන චලිත සමීකරණ ලබා ගන්න.

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$
$$\ddot{y} = -\omega^2 y$$

මෙහි Oxy [අක්ෂ තලයකට අනුබද්ධයෙන් $P \equiv (x, y)$. P අංශුව (a, o) ලක්ෂයේ සිට (o, u) ප්‍රවේගය සහිත ව ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. P හි පෙත ඉලිප්සයක් බව පෙන්වන්න.

(i) ඉලිප්සිය පෙත සම්පූර්ණ කිරීමට P ට ගත වන කාලයත්,
(ii) $u > a\omega$ නම්, P හි උපරිම වේගයත්

සොයන්න.

11. (අ) කේන්ද්‍රය O හා අරය a වන අචල ගෝලයක මුදුනෙහි ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. එය සමතුලිත පිහිටීමෙන් සිරුවෙන් විස්ථාපනය කෙරෙයි. OP රේඛාව උඩු සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{a}(1 - \cos\theta)$$ බව පෙන්වන්න.

ප්‍රතික්‍රියාව R සොයා, $\theta = \cos^{-1}(\frac{2}{3})$ විට අංශුව ගෝලයෙන් ඉවතට යන බව පෙන්වන්න.

(ආ) අඩ සිරස් කෝණය α වන කුහර කේතුවක් එහි අක්ෂය සිරස් ව හා ශීර්ෂය පහතට පිහිටන පරිදි තබා ඇත. කේතුවේ සුමට අන්තඃ පෘෂ්ඨය මත අංශුවක් u වේගය සහිත ව අරය a වන තිරස් වෘත්තයක් සලකුණු කරයි.

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{ag}{u^2}\right)$$

බව පෙන්වන්න.

12. ස්කන්ධය m හා දිග $2a$ වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් මේසයක් ස්පර්ශ කරමින් සිරස් පිහිටීමක නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. මෙම පිහිටීමේ සිට දණ්ඩ දන් සිරුවෙන් විස්ථාපනය කෙරේ. දණ්ඩ A හිදී ලිස්සා නොයන බව උපකල්පනය කොට කෝණික ප්‍රවේගය $\dot{\theta}$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2a}(1 - \cos\theta)$$

යන්නෙන් දැක්වෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු සිරසට දණ්ඩේ ආනතිය වෙයි.

R අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{mg}{4}(3\cos\theta - 1)^2$ බව පෙන්වන්න.

දණ්ඩ මේසයෙන් ඉවතට යයි ද?